LEYES DE GAUSS

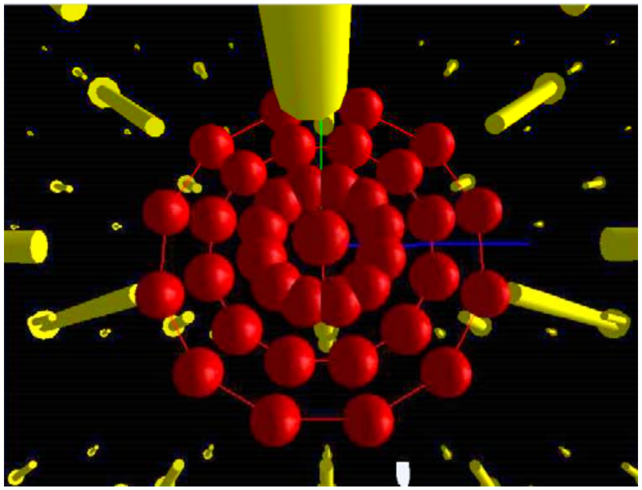
Contenido

1.- Ley de Gauss para campos eléctricos.

2.- Capacitancia.

3.- Ley de Gauss para campos magnéticos.

4.- Inductancia.



Objetivo.- Al finalizar el tema, el estudiante será capaz de interpretar las leyes que describen el comportamiento de los campos eléctrico y magnético y, a partir de ellas, calcular la capacitancia entre conductores y la inductancia de alambres.

Última modificación:
1 de agosto de 2010

Tema 4 de:
CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS
Edison Coimbra G.

1.- Ley de Gauss para campos eléctricos

Flujo eléctrico

$Flujo = \varepsilon ES$ [C]

Es el flujo de campo eléctrico que atraviesa una superficie (S).

Densidad de flujo eléctrico

$\boxed{D = \varepsilon E}$ [C/m²]

Es una generalización del campo eléctrico en presencia de un dieléctrico.

Cuanto más grande sea la permitividad ε, más grande será la densidad de flujo eléctrico D para un campo *E* dado. Una mayor permitividad “permite” una mayor densidad de flujo.

La densidad D también se denomina desplazamiento eléctrico. Tiene igual dirección que *E*.

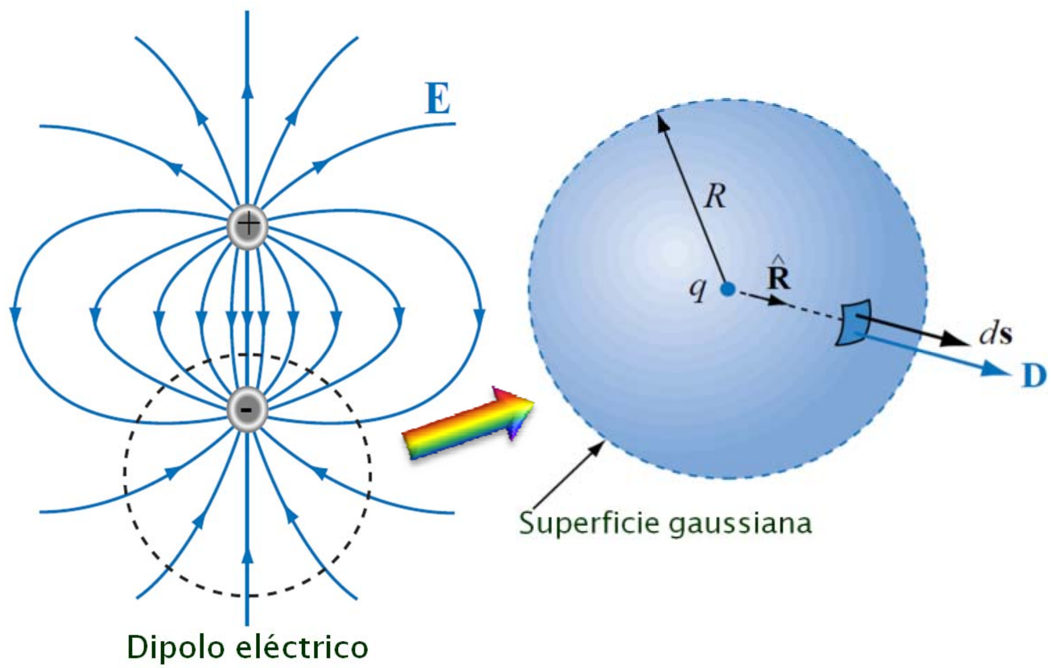
Ley de Gauss para campos eléctricos

(Gauss, 1813). Establece que el flujo eléctrico resultante a través de una superficie cerrada *S* es igual a la carga neta *q* encerrada por dicha superficie.

$Flujo = DS = q$ [C]

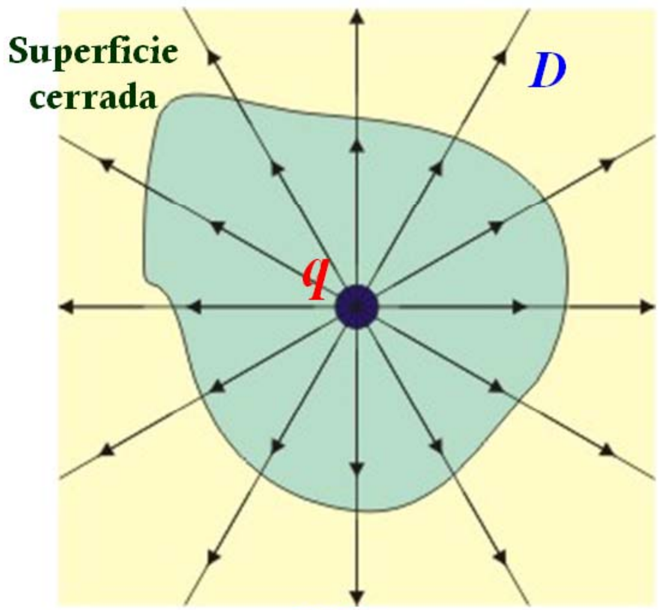
$$\boxed{\oint_S D\,ds = q}$$ [C]

La integral es la integral doble sobre superficie cerrada.

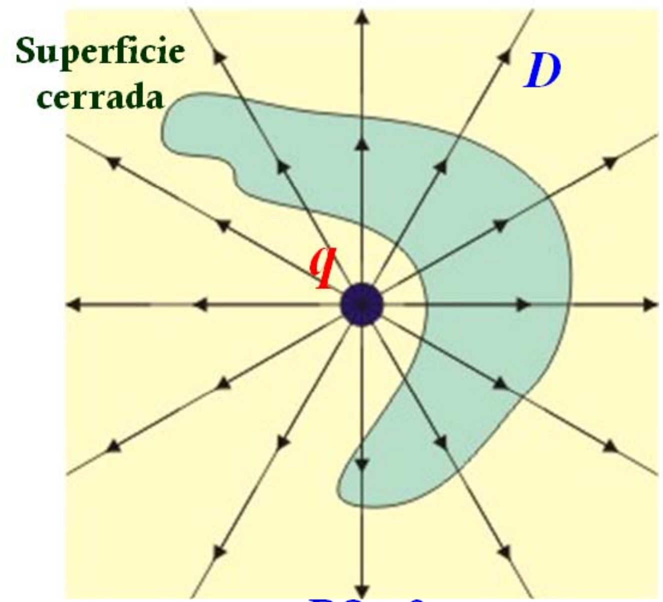


Interpretación de la Ley de Gauss

Esta ley puede interpretarse, entendiendo el flujo como una medida del número de líneas de campo que atraviesan la superficie en cuestión. Para una carga puntual *q*, este número es constante si la carga está contenida por la superficie y es nulo si está fuera (ya que hay el mismo número de líneas que entran como que salen).



$DS = q$



$DS = 0$

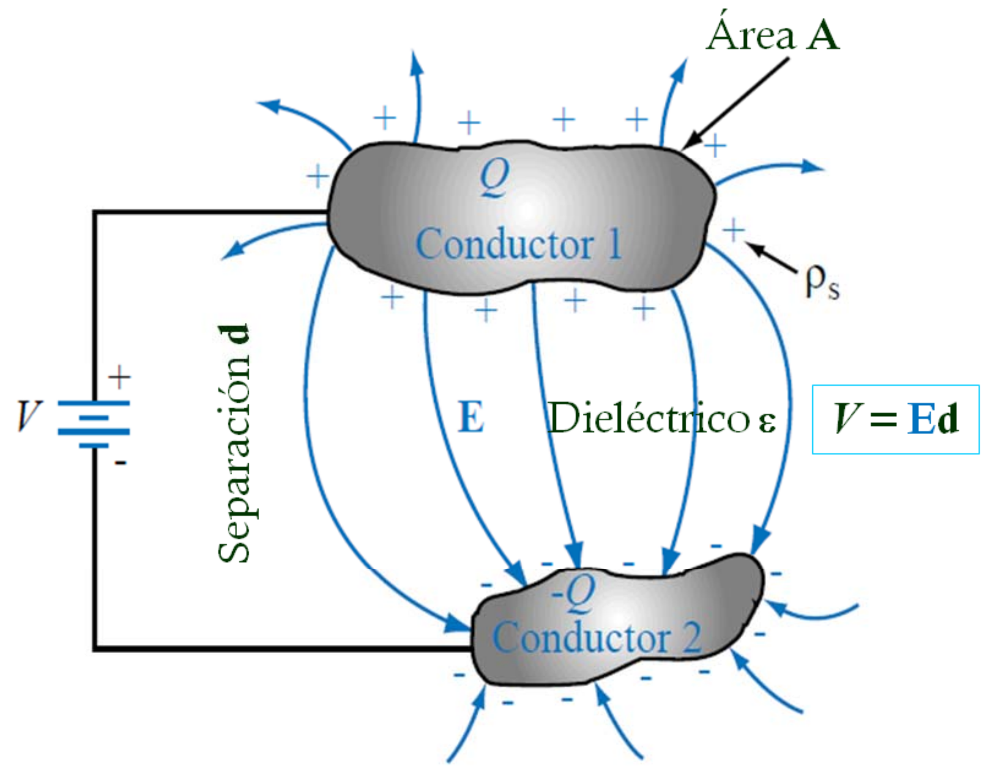
Cualquier superficie *cerrada*, real o imaginaria, se denomina *superficie gaussiana*. Así, la integral de superficie o doble implica una superficie cerrada o gaussiana. La Ley de Gauss es un teorema básico de electrostática y es una de las 4 Ecuaciones de Maxwell.

2.- Capacitancia

Dos conductores, separados por un **dieléctrico** (ε), forman un **capacitor**.

Cuando la **batería** V se conecta al capacitor, **gasta energía** en el proceso de carga de los conductores. Esta energía se **almacena** en el dieléctrico en forma de **energía potencial electrostática.**

La superficie del conductor conectado al borne positivo de la batería acumula **carga** $+Q$, mientras que en la del otro conductor se acumula **carga** $-Q$. De hecho, la carga fue transferida de uno de los conductores al otro.



- El campo **E** se determina en función del voltaje V y de la separación **d** entre los conductores

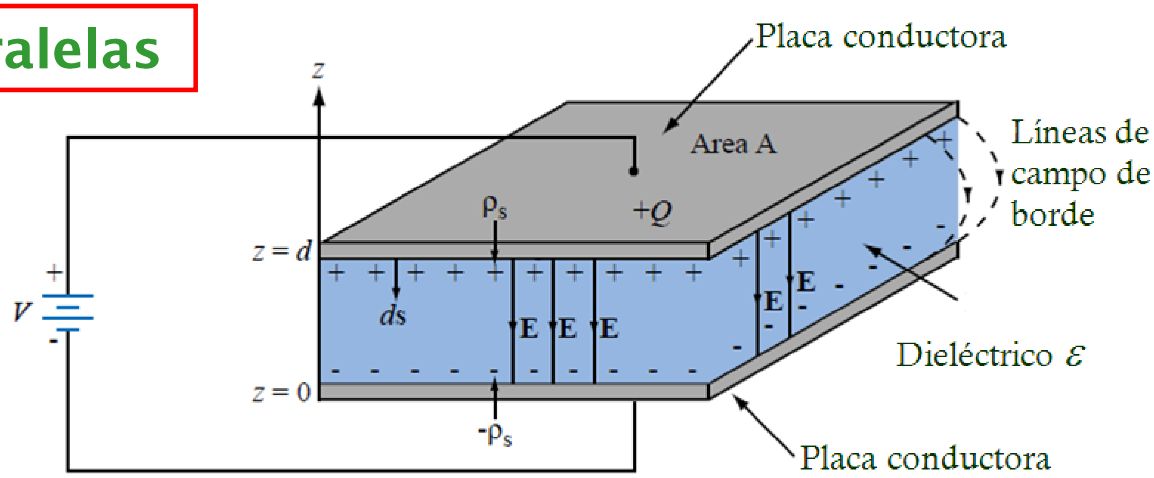
$$V = Ed \Rightarrow E = \frac{V}{d} \quad \text{[V/m]}$$

Definición de capacitancia ⇒ $C = \frac{Q}{V}$ [F]

Es la **capacidad** del dispositivo para **almacenar carga** a un valor determinado de V.

Capacitor de placas paralelas

En este capacitor, existen **líneas de borde** entre las placas. Sus efectos se ignoran si el **área A** de las placas es mucho mayor que la **separación *d*** entre ellas.



- La carga *Q* se distribuye uniformemente en la superficie (área A) de las placas; por tanto la densidad superficial de carga es:

$$\rho_S = \frac{Q}{A} \quad [C/m^2]$$

- El flujo eléctrico que sale de las placas es igual a carga *Q* contenida en ellas.

$$Q = DA = \varepsilon EA \quad [C]$$

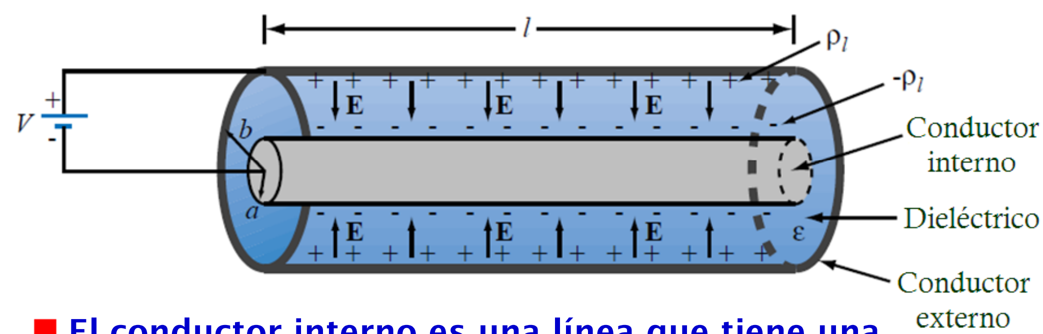
- Por tanto, la capacitancia del capacitor de placas paralelas es:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon EA}{Ed} \quad [F]$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon A}{d}} \quad [F]$$

Así, *C* se determina por la geometría del capacitor

Capacitancia de una línea coaxial



- El conductor interno es una línea que tiene una densidad de carga lineal:

$$\rho_L = \frac{Q}{l} \quad [C/m]$$

- La capacitancia por metro obtenida de acuerdo a procedimientos es:

$$\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}} \quad [F/m]$$

3.- Ley de Gauss para campos magnéticos

Flujo magnético

$$Flujo = \mu H S \quad \text{[Wb]}$$

Es el **flujo de campo magnético** que atraviesa una **superficie (S)**.

Densidad de flujo magnético

$$\boxed{B = \mu H} \quad \text{[Wb/m}^2\text{] ó [T]}$$

Indica la presencia de un campo magnético en una determinada región del especio.

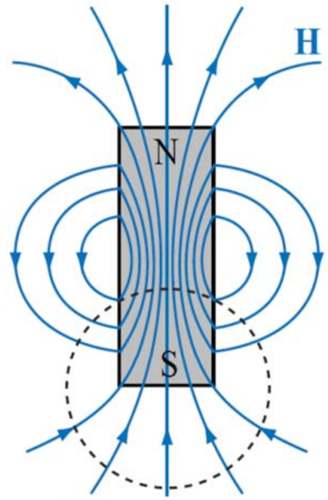
Ley de Gauss para campos magnéticos

(Gauss, 1813). Establece que el flujo magnético resultante a través de una superficie S que encierra a uno o a los 2 polos de un imán permanente es cero.

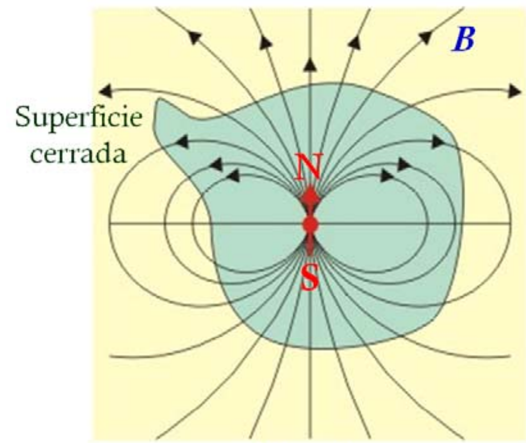
$$Flujo = BS = 0 \quad \text{[Wb]}$$

$$\boxed{\oint_S B ds = 0}$$

La integral es la integral doble sobre superficie cerrada.



Barra magnética



$BS = 0$

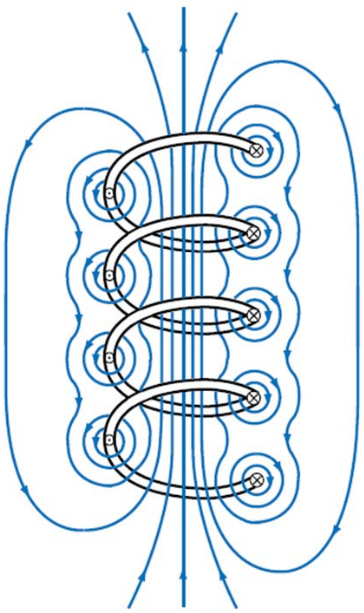
Las líneas de campo son espiras cerradas, por tanto, el flujo magnético neto a través de una superficie cerrada es cero, es decir, el número de líneas que entran a la superficie es igual al número de ellas que salen.

Las líneas de campo magnético no pueden empezar o terminar en cualquier punto. Es decir, no existen cargas magnéticas (monopolos magnéticos), sólo existen dipolos magnéticos.

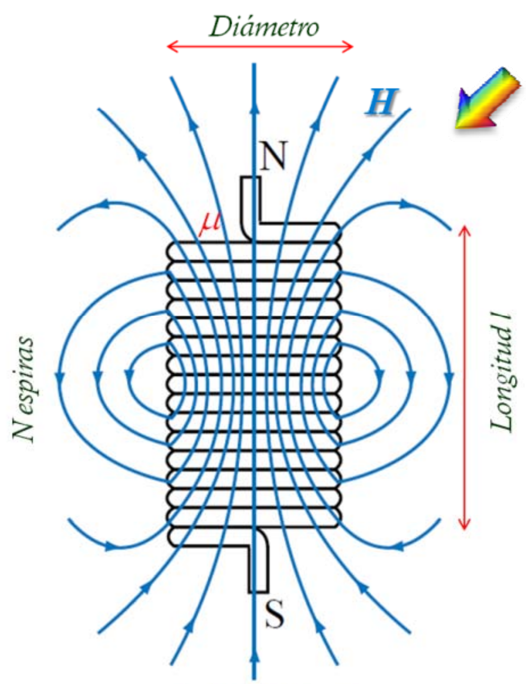
4.- Inductores

Un inductor es el análogo magnético del capacitor eléctrico. Un capacitor almacena energía en el campo eléctrico presente entre las superficies conductoras, un inductor almacena energía magnética en el volumen que comprende el inductor.

Ejemplo de inductores son los solenoides o bobinas que consisten en múltiples espiras de alambre enrollados en forma de hélice alrededor de un núcleo cilíndrico, el cual puede ser aire o un material magnético con permeabilidad μ.



Solenoide con espiras espaciadas



Solenoide con espiras juntas

Si por el alambre fluye una corriente I y las espiras están próximas unas de otras, el solenoide produce un campo magnético en su región interior, cuyo diagrama se asemeja al de un imán permanente.

Aunque las espiras tengan una ligera forma helicoidal, se las considera espiras circulares, por lo que el cálculo del campo H se efectúa con base al cálculo realizado para una espira circular.

El campo H dentro de un solenoide:

$$\boxed{H = \frac{NI}{l}} \quad [\mathrm{A/m}]$$

- N = número de vueltas, sin dimensiones
- I = corriente del solenoide, en A
- l = longitud del solenoide, en m

Inductancia de un solenoide

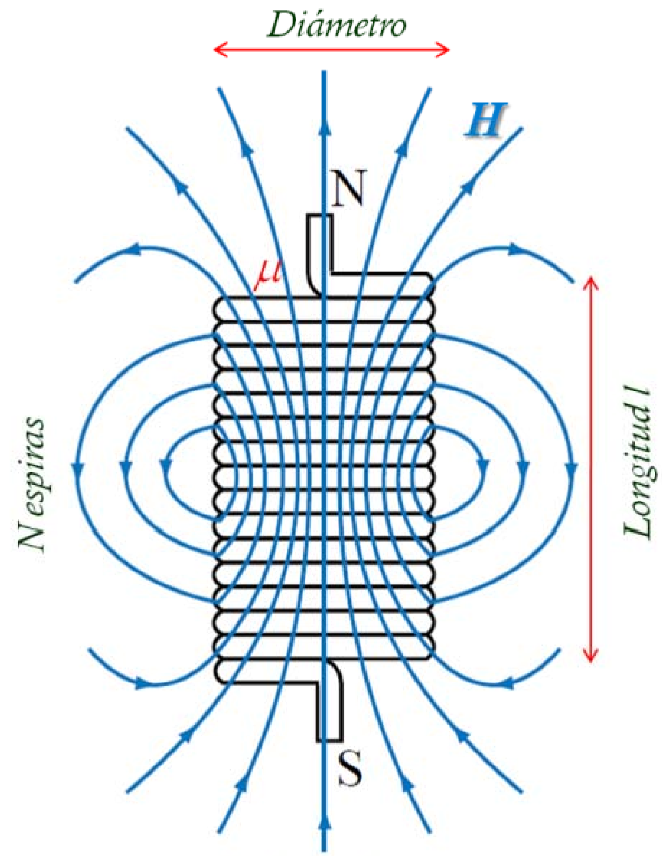
- **En un solenoide con un campo magnético uniforme, el flujo que enlaza una única espira es:**

$$Flujo = \mu H S = \mu \frac{NI}{l} S \quad \text{[Wb]}$$

***S* es el área de la sección transversal de la espira (y del solenoide)**

- **Para un solenoide con *N* espiras, el flujo total será:**

$$Flujo\ total = \mu \frac{N^2 I}{l} S \quad \text{[Wb]}$$



Solenoide con espiras juntas

Definición de Inductancia

Es la capacidad que tiene el inductor para almacenar energía magnética a un valor determinado de corriente.

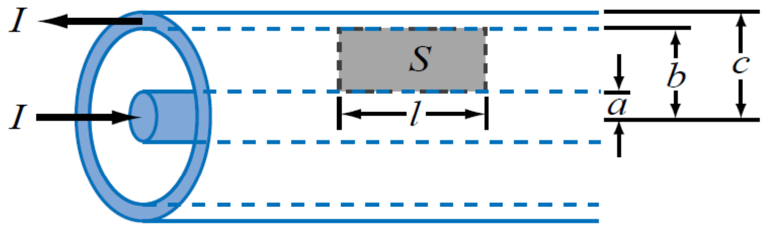
$$L = \frac{Flujo\ total}{I} \quad \text{[H]}$$

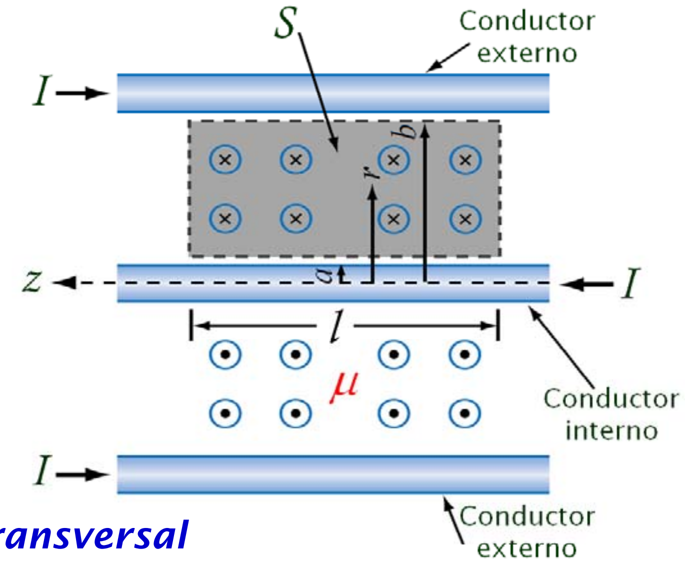
$$\boxed{L = \mu \frac{N^2}{l} S} \quad \text{[H]}$$

Así, *L* se determina por la geometría del inductor

Inductancia de una línea de transmisión coaxial

Suponga una línea de transmisión coaxial, cuyos conductores internos tienen radios de *a* y *b*, respectivamente, y el material aislante entre ellos tiene una permeabilidad μ.





Vista en corte transversal

- **Para calcular la inductancia por metro, se elige un *segmento de línea l* y se determina el flujo magnético a través del *área S* entre los conductores. La inductancia obtenida de acuerdo a procedimiento es:**

$$L = \frac{Flujo\ total}{I} \quad [\mathrm{H/m}] \qquad \boxed{L = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad [\mathrm{H/m}]$$

FIN